




عملیات کسرها

Adding & Subtracting Fractions

Like Fractions: Add (or subtract) the numerators, keep the denominator the same, and reduce the answer, if needed.




$\frac{2}{6} + \frac{3}{6} =$

add
keep the same


$\frac{2}{6} + \frac{3}{6} = \frac{5}{6}$

Unlike Fractions: Rename the Fractions by finding a common denominator. Then add (or subtract) the numerators, and reduce the answer, if needed.




$\frac{3}{5} + \frac{1}{4} =$

$5 \times 2 = 10$	$4 \times 2 = 8$
$5 \times 3 = 15$	$4 \times 3 = 12$
$5 \times 4 = 20$	$4 \times 4 = 16$
	$4 \times 5 = 20$



$\frac{12}{20} + \frac{5}{20} =$



حالا که همه چیز را در مورد کسرها می دانید، - انواع کسرها، ویژگیها، نقاط قوت و ضعف، و ... - زمان آن رسیده است که آنها را به کار بگیرید. قوانین جمع، تفریق، ضرب، و تقسیم کسرها، همانهایی هستند که بعدها در هنگامی که متغیرها به مسائل جبر اضافه می شوند، مورد استفاده قرار می گیرند. این اطمینان بخش است! قوانین تغییر نمی کنند.

جمع و تفریق کسرها

جمع و تفریق کسرها اندکی مراقبت ویژه نیاز دارد. شما می توانید کوارت ها (quarts) و گالن ها (gallons) را با یکدیگر جمع کنید - کوارت و گالن هر دو از واحدهای اندازه گیری مایعات هستند - ، مشروط بر اینکه هر دوی آنها را به واحد یکسانی تبدیل کنید. این مسأله در مورد کسرها نیز یکسان است. شما می توانید یک سوم و یک ششم را با یکدیگر جمع بزنید، مشروط بر اینکه ابتدا مخرج مشترکی برای آنها بیابید.

برای جمع یا تفریق کسرها:

1. کسرها را تبدیل کنید به نویسه دارای مخرج یکسانی گردند.

در مورد چگونگی پیدا کردن مخرج مشترک و تبدیل کسرها در آموزش های قبلی همین فصل توضیحات لازم ارائه شد.

2. صورتها را جمع یا تفریق کنید.

مخرج ها را بدون تغییر باقی بگذارید.

3. اگر لازم باشد، پاسخ را ساده کنید.

مثال: جیم (Jim) دیروز نیم ساعت و امروز 45 دقیقه فوتبال بازی کرد. روی هم رفته جیم چه مدت فوتبال بازی کرده است؟

مسأله را بر اساس تعداد ساعاتی که جیم بازی کرده است ایجاد کنید. نیم ساعت می شود: $\frac{1}{2}$ ، و 45 دقیقه می شود $\frac{3}{4}$ از یک ساعت.

اگر بخواهید کسرهای $\frac{1}{2}$ و $\frac{3}{4}$ را با یکدیگر جمع کنید، تناسبی با هم ندارند. شما نمی توانید فقط صورتها و مخرجها را با یکدیگر جمع بزنید. در اینجا مخرج بزرگتر یعنی 4، مضربی از مخرج کوچکتر یعنی 2 می باشد. بنابراین مخرج مشترک کسرهای شما 4 می باشد. کسر $\frac{1}{2}$ را با ضرب کردن آن در $\frac{2}{2}$ بازنویسی کنید.

حالا شما می توانید صورت کسرها را با یکدیگر جمع بزنید و مسأله را ساده سازی کنید:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} + \frac{3}{4} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

جیم $1\frac{1}{4}$ از یک ساعت (یا 1 ساعت و 15 دقیقه) بازی کرده است.

مثال: جین (Jane) با خواست خودش $\frac{4}{7}$ از پولش را به خیریه Humane Society و $\frac{1}{3}$ از پولش را به سایر خیریه ها داد. چقدر از پولش برای ارث به فرزندانش می رسد؟

کسرهای $\frac{1}{3}$ و $\frac{4}{7}$ با یکدیگر سازگار نیستند. شما نمی توانید خیلی به سادگی آنها را با یکدیگر ترکیب یا مقایسه کنید. کسر $\frac{4}{7}$ می تواند $\frac{8}{14}$ یا $\frac{12}{21}$ یا $\frac{16}{28}$ و ... باشد. کسر $\frac{1}{3}$ نیز می تواند $\frac{2}{6}$ یا $\frac{3}{9}$ یا $\frac{4}{12}$ یا $\frac{5}{15}$ یا $\frac{6}{18}$ یا $\frac{7}{21}$ و ... باشد.

ممکن است مدتی طول بکشد تا یک کسر معادل مناسب پیدا کنید. در نهایت انتخاب ما $\frac{12}{21}$ و $\frac{7}{21}$ می باشد.

صورت کسرها را با یکدیگر جمع کنید تا مجموع مبالغی که به خیریه ها تخصیص یافته است را پیدا کنید:

$$\frac{12}{21} + \frac{7}{21} = \frac{19}{21}$$

حالا با تفریق کل مبلغ از مجموع مبلغ تخصیص داده شده به خیریه ها می توانید سهمی که به بچه های جین می رسد را محاسبه کنید:

$$\frac{21}{21} - \frac{19}{21} = \frac{2}{21}$$

بنابراین، سهم بچه های جین از دارایی های جین 2/21 می باشد.

ضرب کسرها

ضرب کسرها از جمع و تفریق آنها ساده تر می باشد. ضرب به این دلیل ساده تر می باشد که شما نیازی ندارید تا برای کسرها مخرج مشترک بیابید. تنها چیزی که باید در نظر داشته باشید اینست که اعداد مختلط را به کسرهایی نامتعارف تبدیل کنید. سپس در پایان، باید حاصلضرب را به یک عدد مختلط تبدیل کنید.

هنگام ضرب کسرها مراحل زیر را دنبال کنید:

1. تمامی اعداد مختلط را به کسرهایی نامتعارف تبدیل کنید.
2. صورتها را در یکدیگر و مخرجها را نیز در یکدیگر ضرب کنید.
3. اگر لازم باشد پاسخ را ساده کنید.

مثال: فرد (Fred) مقدار 2/3 از 3/4 یک جعبه آب نبات را خورد. او چقدر آب نبات خورده است؟

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

با انجام ضرب متوجه می شویم که فرد 6/12 از آب نبات ها را خورده است. از آنجا که صورت و مخرج این کسر هر دو بر 6 بخش پذیرند آن را ساده می کنیم و به پاسخ 1/2 می رسیم. به عبارتی فرد نصف آب نباتها را خورده است.

مثال: سادی (Sadie) به اندازه 2/3 10 ساعت با حقوق یک و نیم برابر (1 1/2) به ازاء هر ساعت کار کرد. او بابت چند ساعت حقوق دریافت خواهد کرد؟

$$10 \frac{2}{3} \times 1 \frac{1}{2} = \frac{32}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{96}{6} = 16$$

سادی بابت 16 ساعت باید حقوق دریافت کند، این تعداد باید در نرخ ساعتی حقوق ضرب شود تا میزان حقوقش نیز بدست آید. هر دو قسمت این مسأله با یک عدد مختلط آغاز شده بود. شما باید قبل از انجام ضرب، آنها را به کسرهایی نامتعارف تبدیل کنید.

نکته: ساده کردن کسرها قبل از انجام ضرب می تواند ضرب کسرها را آسانتر سازد. اعداد هر چقدر کوچکتر باشند قابل مدیریت ترند، و در ضمن اگر کسرها را قبل از ضرب ساده کنید (به کوچکترین حالت ممکن کاهش بدهید)، بعد از عملیات ضرب، دیگر نیازی ندارید تا آنها را ساده تر سازید.

در اینجا روش دیگری برای دیدن مسأله آب نباتهای فرد (Fred) داریم: ضرب کسرها را با ساده کردن آنها آغاز کنید. عبارت $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$ یک عدد 2 در صورت کسر اول و یک عدد 4 در مخرج کسر دوم دارد. با وجودیکه 2 و 4 در کسرهای یکسان نیستند، شما می توانید آنها را کاهش دهید، زیرا این یک مسأله ضرب است. ضرب یک عملیات جابجایی پذیر (commutative) می باشد، به این معنا که ترتیب انجام عملیات مهم نیست. شما می توانید اینطور در نظر بگیرید که 2 و 4 در یک کسر قرار دارند.

بنابراین، تقسیم اولین صورت بر 2 و همینطور تقسیم دومین مخرج در 2 مسأله را به شکل زیر در می آورد:

$$\frac{\cancel{2}^1}{3} \times \frac{3}{\cancel{4}_2} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2}$$

حالا در $\frac{1}{3} \times \frac{3}{2}$ یک 3 در مخرج کسر اول و همینطور یک 3 در صورت کسر دوم دارد. شما می توانید آنها را بر 3 تقسیم کرده و کسرها را کاهش دهید.

$$\frac{1}{\cancel{3}_1} \times \frac{\cancel{3}^1}{2} = \frac{1}{2}$$

همینطور که می بینید نتیجه نهایی 1/2 می باشد که در مسأله اصلی نیز به همین پاسخ رسیدید.

البته در مسأله آب نباتهای فرد، هر دو روش یعنی ابتدا انجام ضرب و سپس کاهش کسرها، یا ابتدا کاهش کسرها و سپس انجام عملیات ضرب، نسبتاً ساده بودند. مثال بعدی به شما نشان می دهد که کاهش کسرها قبل از انجام ضرب تا چه حد می تواند ضروری باشد.

$$\frac{360}{121} \times \frac{77}{900} \quad \text{مثال: این دو کسر را در یکدیگر ضرب کنید:}$$

صورت کسر اول و مخرج کسر دوم هر دو بر 180 بخش پذیر هستند:

$$\frac{\overset{2}{\cancel{360}}}{121} \times \frac{77}{\underset{5}{\cancel{900}}} = \frac{2}{121} \times \frac{77}{5}$$

بازنویسی مسأله به شما نشان می دهد که مخرج کسر اول و صورت کسر دوم هر دو بر 11 بخش پذیرند:

$$\frac{2}{\underset{11}{\cancel{121}}} \times \frac{\overset{7}{\cancel{77}}}{5} = \frac{2}{11} \times \frac{7}{5}$$

حالا ضرب شما بسیار آسان شده است:

$$\frac{2}{11} \times \frac{7}{5} = \frac{14}{55}$$

همانطور که خودتان هم دیدید، ساده کردن کسرها قبل از انجام ضرب، مسأله را بسیار آسان کرد.

هشدار: بعد از اینکه در یک عملیات ضرب کسرهای اصلی را کاهش دادید و در نهایت صورت و مخرج کسرها را در یکدیگر ضرب کردید، همیشه مهم است که نگاهی به پاسخ بیندازید تا مطمئن شوید که دیگر امکان ساده تر شدن ندارد. اگر قبل از انجام ضرب، تمامی فاکتورهای

مشترک را شناسایی کرده باشید، طبیعتاً در پاسخ شما هیچ فاکتور مشترک دیگری برای کاهش کسر یافت نخواهد شد. اما در صورتی که شما یک تقسیم را فراموش کرده باشید، باید یک بررسی کنید تا از صحت پاسختان مطمئن شوید.

عملیات های جمع و ضرب چندین ویژگی خاص دارند. یک ویژگی که در اینجا به کار خواهد رفت اینست که شما می توانید به صورتی کارآمد عملیات جمع و ضرب را بر روی بیش از یک کسر به صورت همزمان انجام بدهید.

مثال زیر به شما نشان می دهد چگونه سه کسر را یکجا در یکدیگر ضرب کنیم. وضعیتی مشابه این در مواقعی که شما بخواهید یک تخفیف را بعد از تخفیف دیگری بر روی یک فهرست قیمت بکار ببرید.

$$\frac{15}{16} \times \frac{21}{75} \times \frac{24}{49}$$

مثال: این کسرها را در یکدیگر ضرب کنید:

اگر ابتدا کسرها را کاهش بدهید، می توانید مسأله را ساده تر کنید. 15 و 75 هر دو بر 15 بخش پذیرند، 21 و 49 هر دو بر 7 بخش پذیرند، و 16 و 24 هر دو بر 8 بخش پذیرند:

$$\begin{aligned} \frac{15}{16} \times \frac{21}{75} \times \frac{24}{49} &= \frac{1}{16} \times \frac{21^3}{5} \times \frac{24}{49_7} \\ &= \frac{1}{2_{16}} \times \frac{3}{5} \times \frac{24^3}{7} \\ &= \frac{1}{2} \times \frac{3}{5} \times \frac{3}{7} = \frac{9}{70} \end{aligned}$$

یادتان باشد: قبل از اینکه اعداد مختلط را در یکدیگر ضرب کنید، نیاز دارید که آنها را به کسرهای نامتعارف تبدیل کنید.

$$3\frac{1}{3} \times 5\frac{1}{4} \times 2$$

مثال: این کسرها را در یکدیگر ضرب کنید:

ابتدا، اعداد مختلط را به کسرهای نامتعارف تبدیل کنید:

$$3\frac{1}{3} \times 5\frac{1}{4} \times 2 = \frac{10}{3} \times \frac{21}{4} \times \frac{2}{1}$$

کسرها را با تقسیم کردن بر 3 و 2 کاهش بدهید:

$$\begin{aligned} \frac{10}{\cancel{3}_1} \times \frac{\cancel{21}^7}{4} \times \frac{2}{1} &= \frac{10}{1} \times \frac{7}{4} \times \frac{2}{1} \\ &= \frac{\cancel{5}^5 \cancel{10}^1}{1} \times \frac{7}{\cancel{4}_2} \times \frac{2}{1} \\ &= \frac{5}{1} \times \frac{7}{\cancel{2}_1} \times \frac{\cancel{2}^1}{1} \\ &= \frac{5}{1} \times \frac{7}{1} \times \frac{1}{1} = \frac{35}{1} = 35 \end{aligned}$$

تقسیم کسرها

تقسیم کسرها به آسانی تقسیم یک پای (pie) می باشد! یعنی، پای را به تکه های کافی برای همه افراد دور میز ببرید، تا به هر کدام سهم برابر برسد. در واقع، تقسیم کسرها از همان تکنیک ضرب کسرها استفاده می کند، با این استثناء که صورت و مخرج کسر دوم با یکدیگر جابجا می شوند.

هنگام تقسیم کسرها:

1. تمامی اعداد مختلط را به کسره‌ای نامتعارف تبدیل کنید.
2. کسر دوم را وارونه کنید، یعنی صورت و مخرج آن را با یکدیگر جابجا کنید.
3. علامت تقسیم را به ضرب تبدیل کنید.
4. بقیه مراحل همان مراحل عملیات ضرب می باشد. در واقع شما مسأله تقسیم را به یک مسأله ضرب تبدیل کردید.

نکات فنی: معکوس یک کسر، "کسر متقابل" (reciprocal) آن نامیده می شود. تمامی اعداد حقیقی به استثناء 0 دارای کسرمتقابل (reciprocal) می باشند. همواره حاصلضرب یک عدد در کسرمتقابل آن برابر با 1 می باشد.

مثال: اگر شما 6 1/2 پوند (pounds) گوشت راسته استیک (sirloin steak) بخرید و بخواهید آنها را به تکه هایی که 3/4 پوند وزن دارند، ببرید، چند تکه گوشت خواهید داشت؟

ابتدا، عدد مختلط را به یک کسرنامتعارف تبدیل کنید. سپس کسر دوم را معکوس کنید، و تقسیم را به ضرب تبدیل کنید:

$$6\frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{13}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{13}{2} \times \frac{4}{3}$$

حالا کسرها را کاهش بدهید و ضرب را انجام دهید. پاسخ را دوباره به یک عدد مختلط تبدیل کنید:

$$\frac{13}{\cancel{2}_1} \times \frac{\cancel{4}^2}{3} = \frac{13}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{26}{3} = 8\frac{2}{3}$$

داشتن 8 2/3 تکه به این معنا می باشد که شما 8 تکه دارید که وزن هرکدام 3/4 پوند می باشد و یک تکه هم باقیمانده است که وزنش کمتر است. (این تکه هم پاداش آشپز است، شاید هم به عمه مارتا برسد!)

این مطلب به صورت اختصاصی، توسط آموزشگاه رایگان خوش آموز تولید شده است

لینک مطلب در سایت خوش آموز :

<http://khoshamoz.ir/index.php/post4572>